

倾斜井孔声场模拟的2.5维方法

报告人： 刘乐 博士生

指导教师： 林伟军 研究员

张海澜 研究员

COMSOL
CONFERENCE
2014 SHANGHAI

Excerpt from the Proceedings of the 2014 COMSOL Conference in Shanghai



目 录

1, 问题背景

2, 计算模型

3, 数值结果

4, 总结

COMSOL
CONFERENCE
2014 SHANGHAI

Excerpt from the Proceedings of the 2014 COMSOL Conference in Shanghai



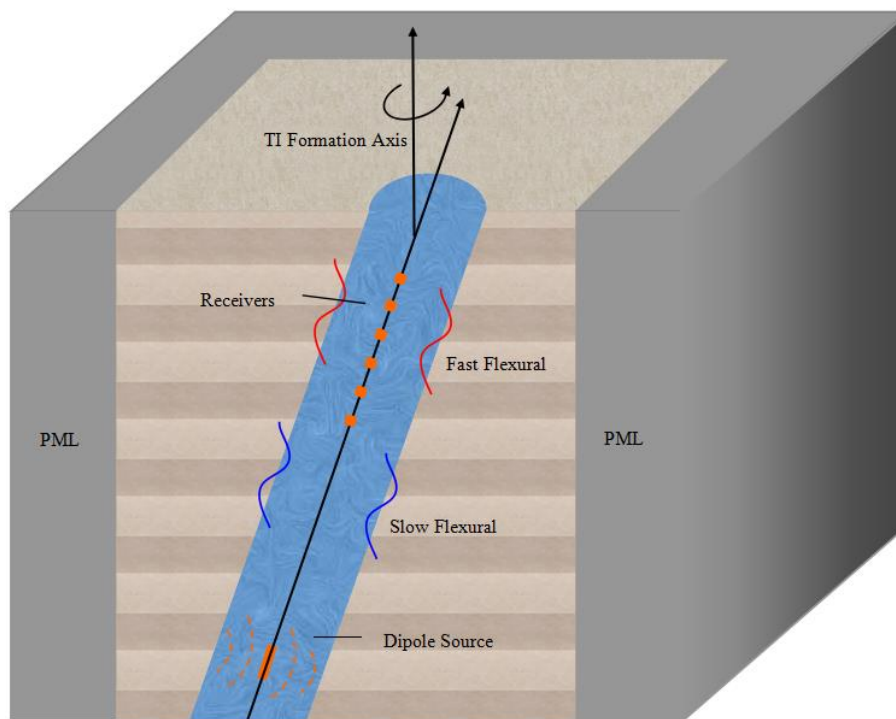
问题背景

- 声波测井是地球物理测井的主要方法之一。
- 测井仪器置于井内，声源产生的声波沿井壁传播并被接收器接收。
- 测井数据经过处理可得到提供井壁周围介质的声学性质的连续曲线。



问题背景

- 石油勘探及开发的趋势是越来越多地采用倾斜井。特别是在深海油储的开发中，通常需要在强各向异性介质中进行倾斜井的测井。



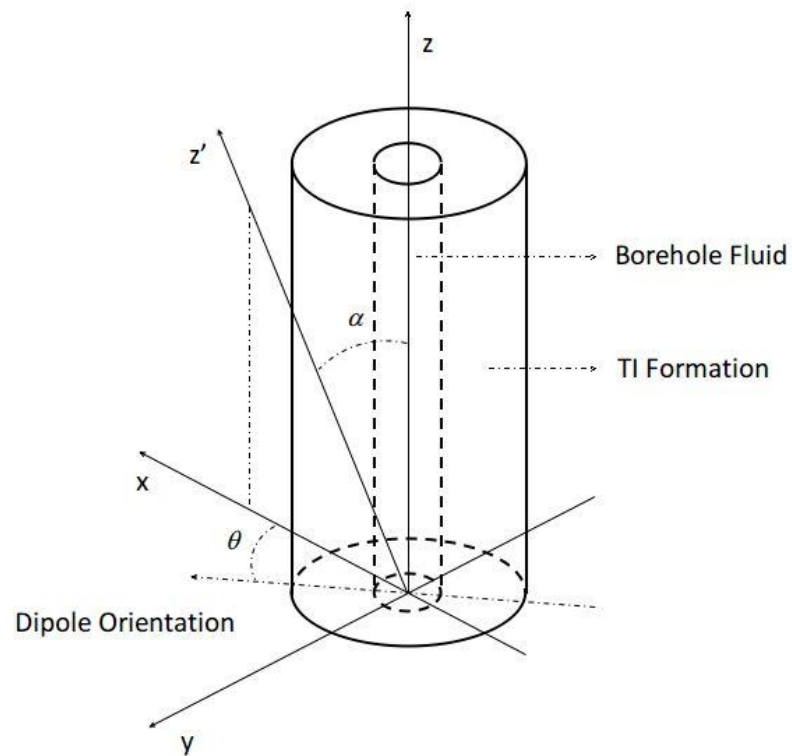
问题背景

- 从应用角度来说，本课题的研究可以为各向异性介质中倾斜井的声波测井解释提供理论基础。
- 从学术角度来说，本课题的研究工作属于复杂各向异性介质中的“开波导”问题，是对井孔声学理论的补充。



计算模型

- 井外地层：横向各向同性
- Transverse Isotropic: TI
- 井轴： z 轴
- 倾斜角度： α
- 偶极源指向： θ



计算模型

- 井孔及地层沿某一方向保持不变
- 沿井轴方向的声波传播用因子 e^{ikz} 表示
- 采用2.5维方法在频率-波数域求解

$$p(x, y, z, t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} p(x, y, \omega, k) e^{ikz - i\omega t} d\omega dk$$

- 直接计算结果为 $p(x, y, \omega, k)$



计算模型

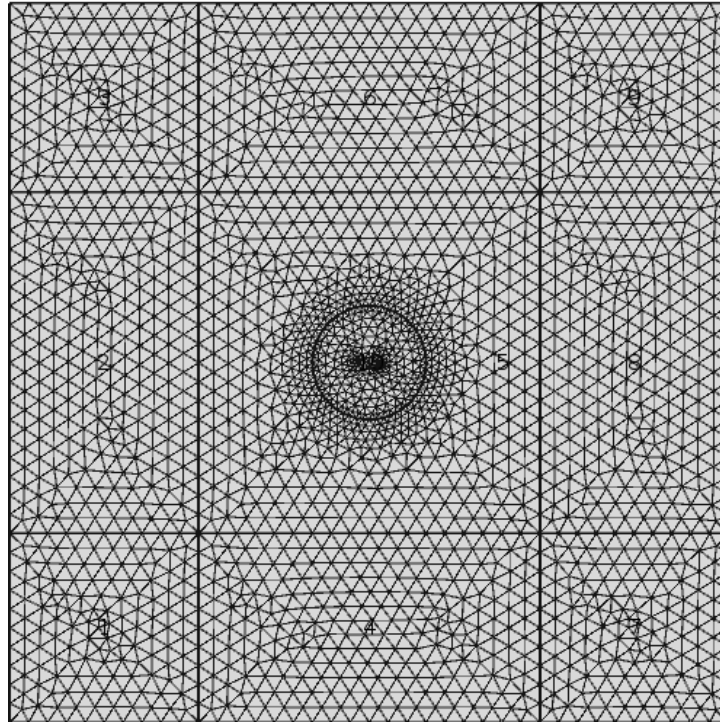
- 使用偏微分方程 (PDE) 模式实现
- 提供通式:

$$\left\{ \begin{array}{l} \nabla \cdot (-c \nabla u - \alpha u + \gamma) + \beta \cdot \nabla u + a u = f \\ n \cdot (c \nabla u + \alpha u - \gamma) + q u = g - h^T \mu \\ h u = r \end{array} \right.$$



计算模型

- 网格划分后的计算模型，从内向外：
- 圆形流体，固体，固体吸收层



计算模型

- 固体区域，变量为位移 $u = (u_x, u_y, u_z)$

- 有：
$$\frac{\partial \tau_{ij}}{\partial \tilde{x}_j} + \rho_s \omega^2 u_i = 0 \quad \tau_{ij} = C_{ijkl} \varepsilon_{kl}$$

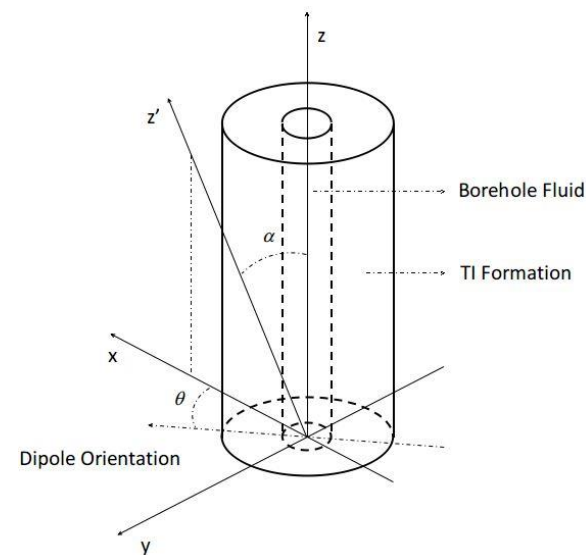
$$\varepsilon_{kl} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_k}{\partial \tilde{x}_l} + \frac{\partial u_l}{\partial \tilde{x}_k} \right)$$

- 整理可得到关于 u 的方程



计算模型

- 2.5维: $\frac{\partial}{\partial z} = ik$
- Bond变换: $C = MC_0M^T$
- C_0 是原坐标系中的弹性常数
- C 是新坐标系中的弹性常数
- M 是关于倾斜角度的6阶方阵



计算模型

- 吸收：Perfectly Matched Layer: PML

- 引入复坐标变换： $\tilde{x} = \int_0^x s_x(x') dx'$

- 得到： $\frac{\partial}{\partial \tilde{x}} = \frac{1}{s_x} \frac{\partial}{\partial x}$ ，其中： $s_x = \kappa_x(x) + \frac{\sigma_x(x)}{\alpha_x(x) + j\omega}$

- 当 $s_x = 1$ 时，无吸收。



计算模型

- 推导系数 $a, \alpha, \beta \dots$

$$c = \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} c_{11} \frac{S_y}{S_x} & c_{16} \\ c_{16} & c_{66} \frac{S_x}{S_y} \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} c_{16} \frac{S_y}{S_x} & c_{12} \\ c_{66} & c_{26} \frac{S_x}{S_y} \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} c_{15} \frac{S_y}{S_x} & c_{14} \\ c_{56} & c_{46} \frac{S_x}{S_y} \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} c_{16} \frac{S_y}{S_x} & c_{66} \\ c_{12} & c_{26} \frac{S_x}{S_y} \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} c_{66} \frac{S_y}{S_x} & c_{26} \\ c_{26} & c_{22} \frac{S_x}{S_y} \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} c_{56} \frac{S_y}{S_x} & c_{46} \\ c_{25} & c_{24} \frac{S_x}{S_y} \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} c_{15} \frac{S_y}{S_x} & c_{56} \\ c_{14} & c_{46} \frac{S_x}{S_y} \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} c_{56} \frac{S_y}{S_x} & c_{25} \\ c_{46} & c_{24} \frac{S_x}{S_y} \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} c_{55} \frac{S_y}{S_x} & c_{45} \\ c_{45} & c_{44} \frac{S_x}{S_y} \end{bmatrix} \end{bmatrix}$$

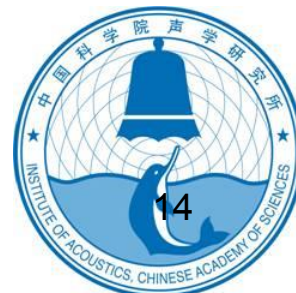
计算模型

- 流体区域，变量为位移 G ，满足 $u_f = \nabla G$
- 频域-波数域2.5维方程：

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(-\frac{\partial G}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(-\frac{\partial G}{\partial y} \right) + \left(k^2 - \frac{\omega^2}{v_f^2} \right) G = 0$$

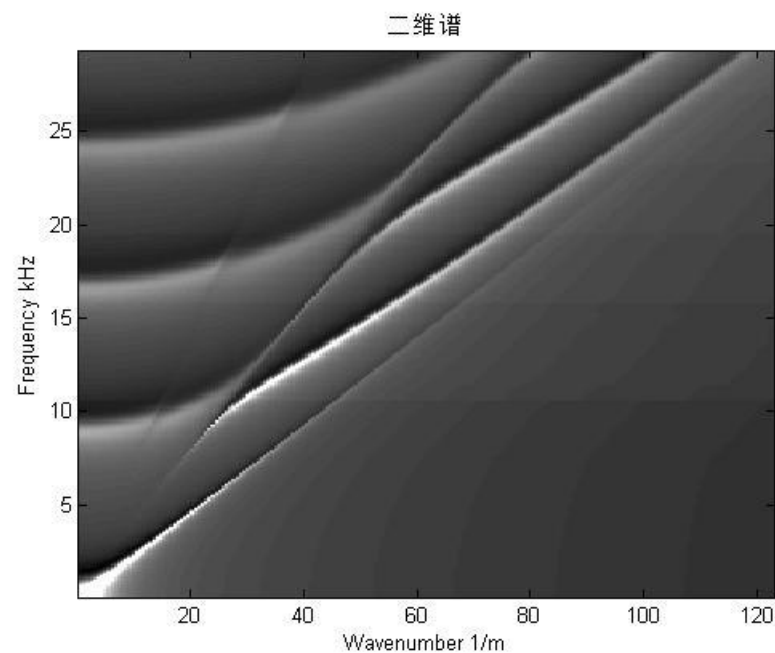
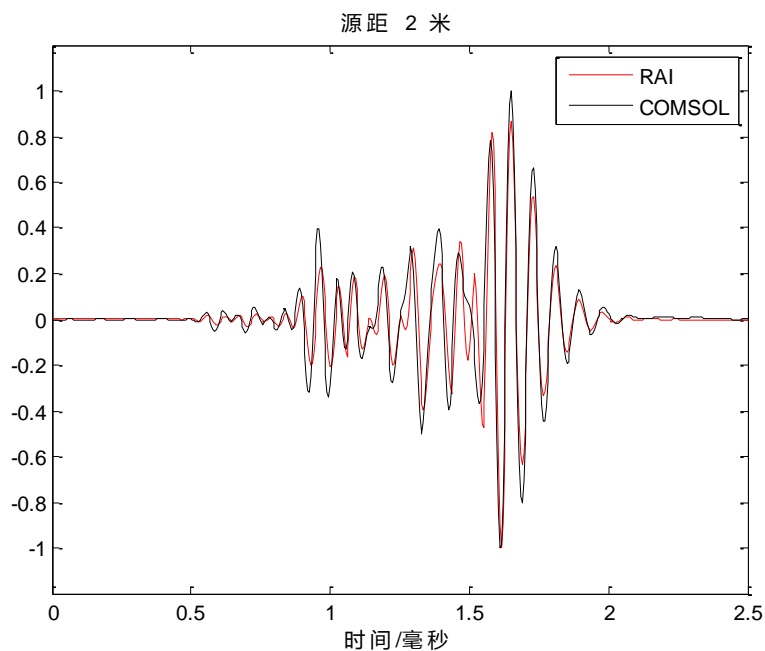
- 流固边界：
- 法向应力、位移连续，切向应力为零。

$$\begin{cases} \nabla G = \vec{n} \cdot \vec{u} \\ -\rho_f \omega^2 G = \sigma_{rr} \\ \sigma_{rz} = 0 \end{cases}$$



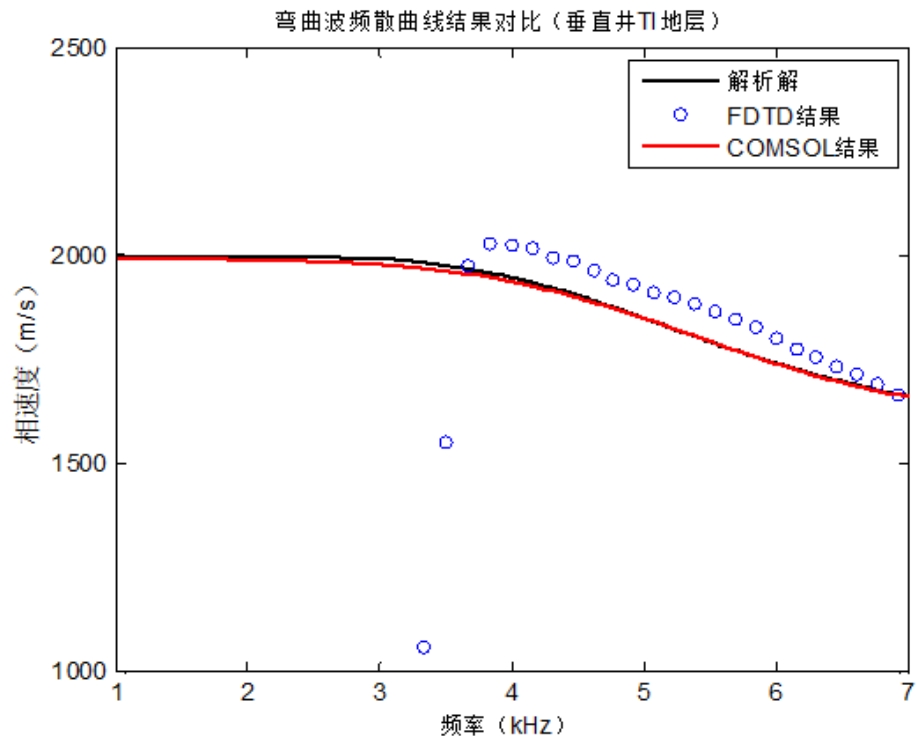
数值结果

- 算法验证:
- 裸眼井, 各向同性地层, 单极源



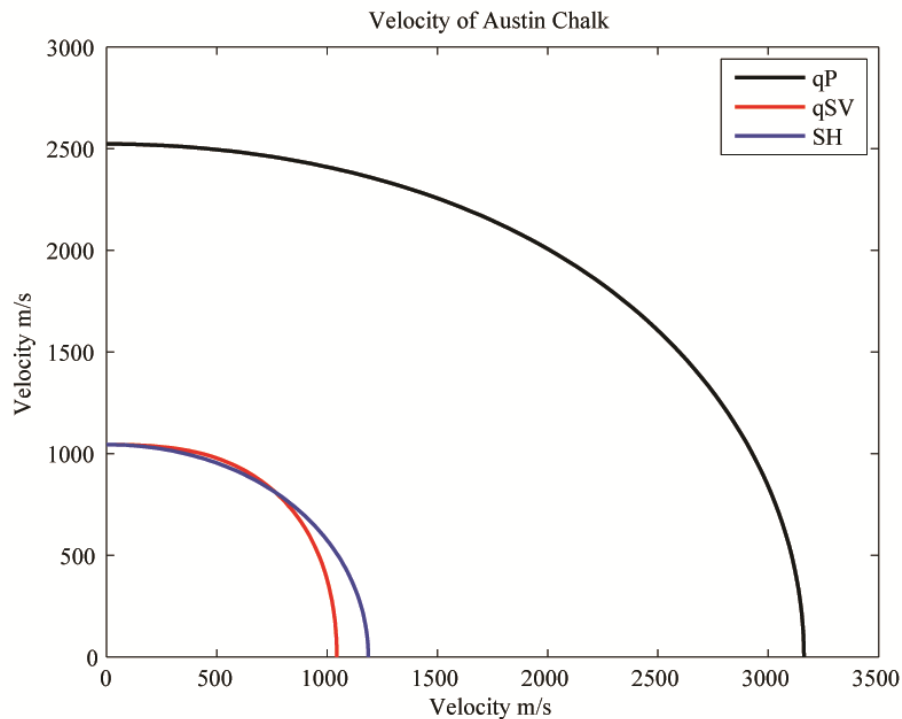
数值结果

- 与前人结果对比



数值结果

- 软地层Austin Chalk



$$A = 22$$

$$C = 14$$

$$F = 12$$

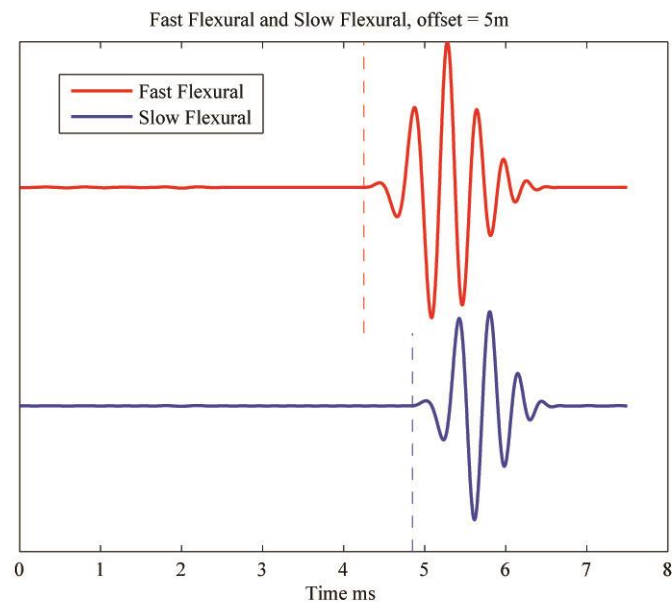
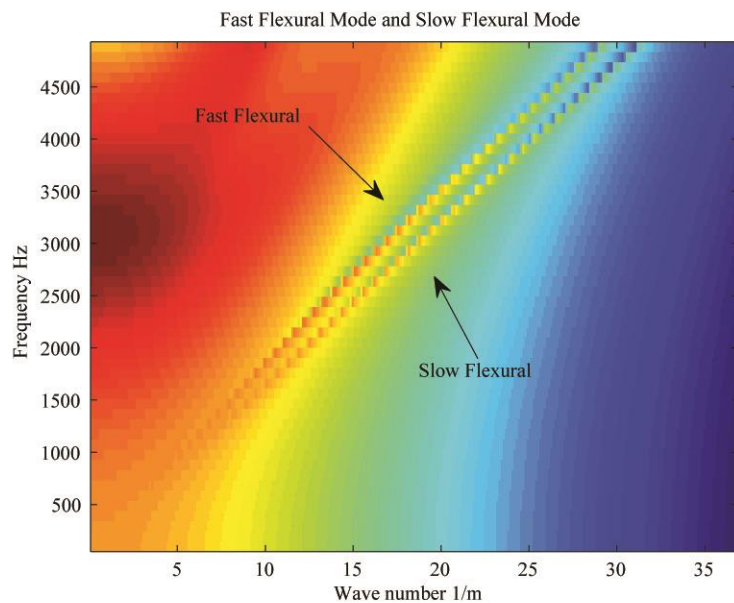
$$L = 2.4$$

$$N = 3.1$$

单位 : GPa

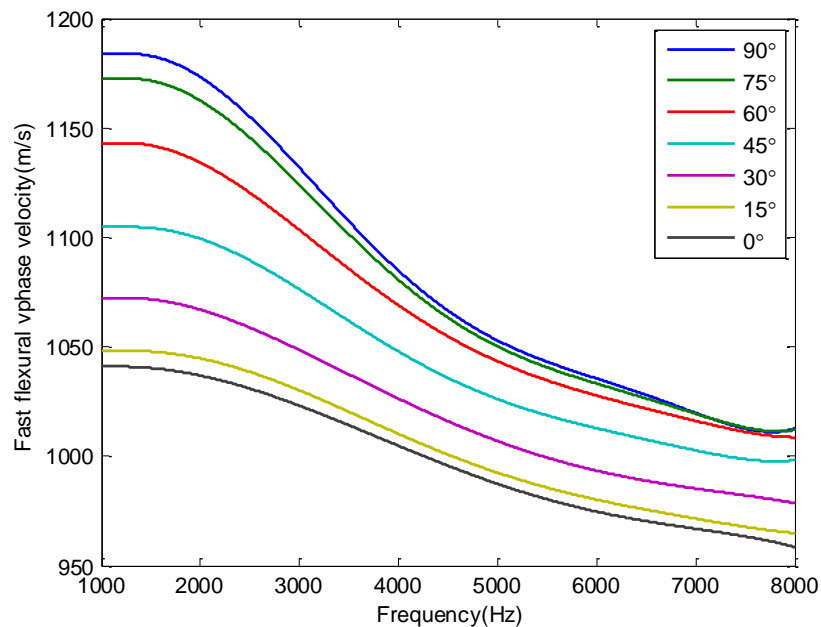
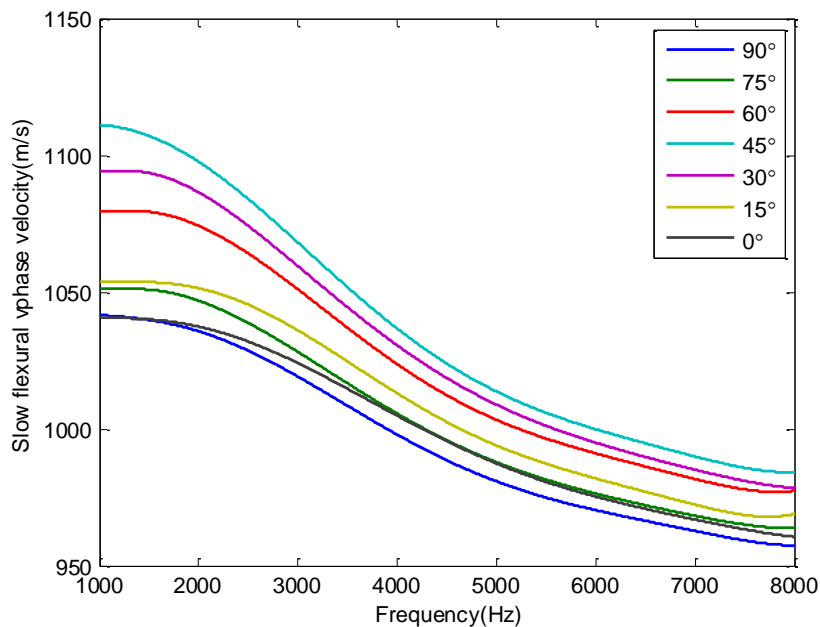
数值结果

- 倾角90度时模式分布及接收波形
- 偶极源沿某一偏振方向时，可得单一模式。



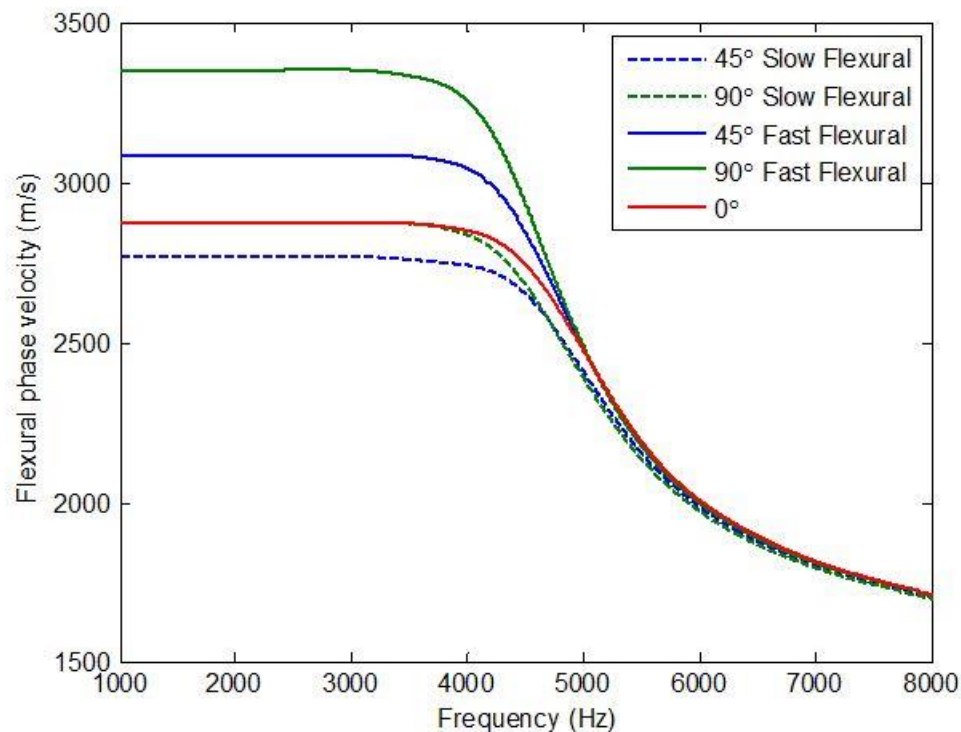
数值结果

- 慢弯曲波（左）和快弯曲波（右）
- 低频：qSV速度 $\sqrt{L/\rho_s}$ SH速度 $\sqrt{N/\rho_s}$



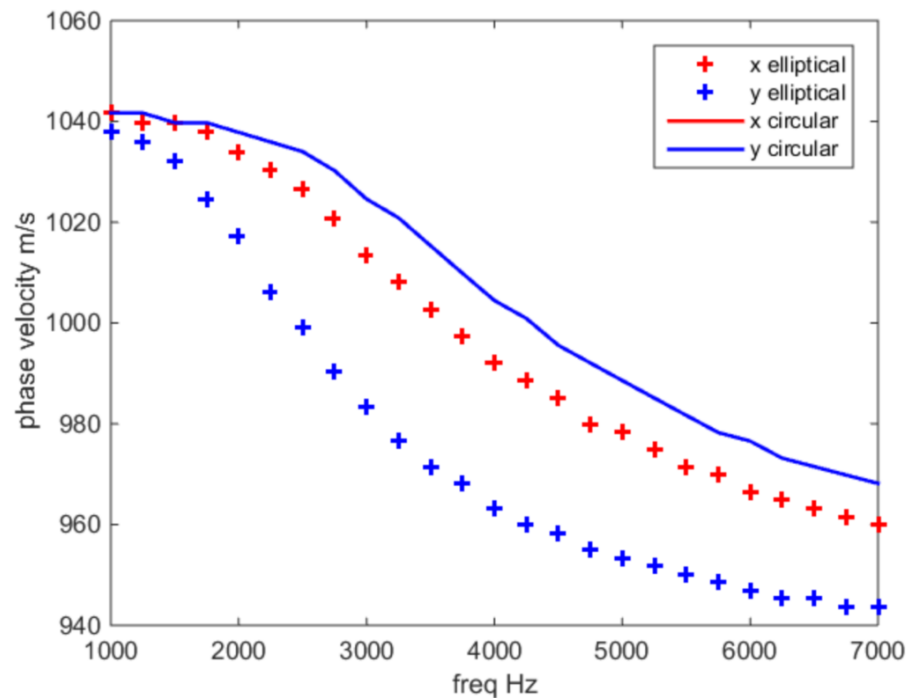
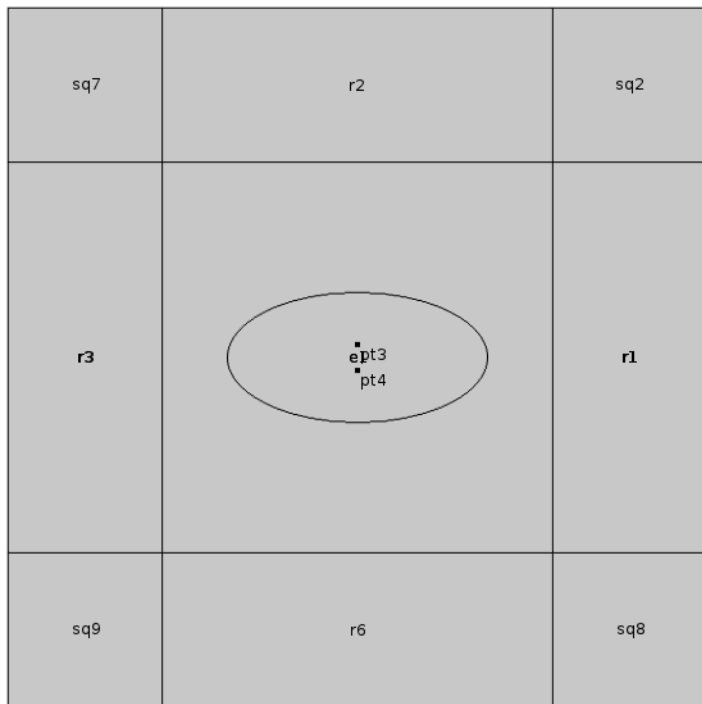
数值结果

- 硬地层结果，与软地层性质不同。



数值结果

- 其他：如椭圆井孔



结论

- 使用PDE模式实现了含吸收层和声-固边界的频率-波数域的2.5维算法。
- 优点：
 - 1, PDE可以自定义求解, 方便、高效。
 - 2, 降低对计算资源的需求。
 - 3, 简单修改就可以求解类似模型。



谢 谢!

COMSOL
CONFERENCE
2014 SHANGHAI

Excerpt from the Proceedings of the 2014 COMSOL Conference in Shanghai

