

# COMSOL 在页岩气开采中的应用

崔光磊,蒋传忠,刘张浩,石兴凯,  
东北大学深部金属矿山安全开采教育部重点实验室

## 1 绪论

页岩气作为非常规天然气的重要组成部分，通常以游离态、吸附态和溶解态聚集在富含有机质的暗色泥页岩或高碳泥页岩中[1, 2]。由于其极低的渗透率，通常认为不能形成有效的储层，也不适合作为油气勘探开发的对象。然而随着常规能源的紧缺及环境问题的恶化，页岩气作为一种环境友好型能源，以其巨大的储量和不断增长的产量成为世界能源结构的重要组成部分[3-5]。

虽然“页岩气革命”使美国成功摆脱对他国能源的严重依赖，我国目前的页岩气勘探开发也取得了突破性成果，但是随着页岩气开发的不断推进，仍存在三大问题困扰着科学工作者和现场工程师：（1）在现场观测中，页岩气在产量上往往呈现出不确定性[6]。这些产量上的不确定性，给页岩气产量预测带来困难。例如在某些区块，页岩气的产气率在一年以后降到初始产气率的10% [7]，如图1所示。如在Bakken 区块，产气率在三年内由初始产气率的69%下降到 29%[8]。支撑页岩气区块持续增产的技术尚不明朗；（2）页岩气开发过程中的渗透率演化规律尚未摸清。渗透率作为表征流体流过多孔隙介质能力大小的参数，其大小及演化规律对于页岩气的可持续开采起着关键的作用，其渗透率演化规律呈现不确定性，如图2所示。

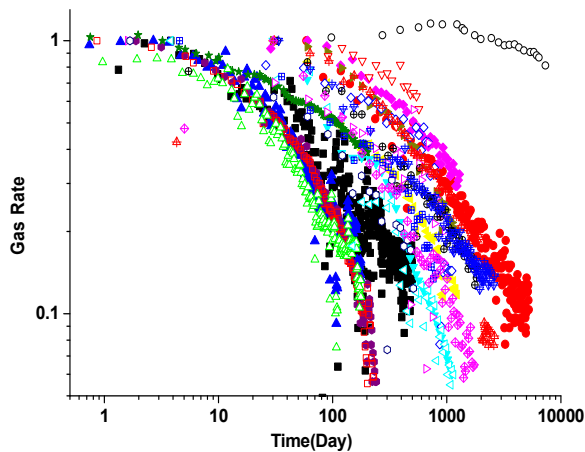


图1 产气率迅速下降

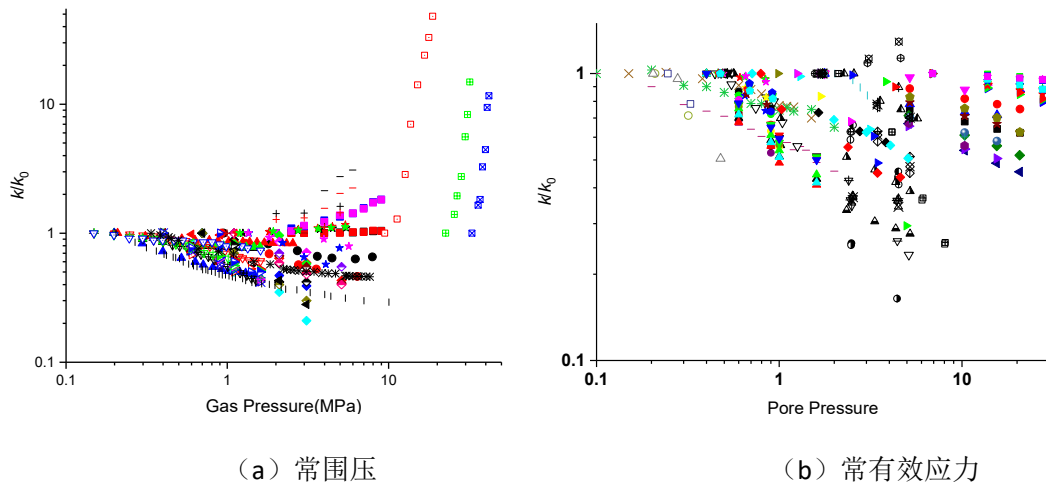


图 2 渗透率演化图

本文主要开展以下几个方面的研究：

(1) 建立以有效应变为基础的渗透率模型：建立以物质传递和应力传递为基础的页岩渗透率模型，基于实验测试数据，实现对页岩储层全过程渗透率演化过程的再现；

(2) 多尺度，多时度和多物理场耦合模型的建立：传统的气体渗流理论一般假设页岩绝对渗透率（Intrinsic Permeability）为常数，或以气体孔隙压力为基础的渗透率演化模型，使页岩气开采模拟分析存在很大不足。研究表明有效应变是页岩渗透率最重要的影响机制之一。本研究在裂隙化多孔介质气固耦合理论基础上，充分考虑页岩孔隙的复杂孔隙结构特征（从有机质中的纳米级粒内孔隙到微米级粒间孔隙再到毫米级裂缝孔隙）和裂隙分布特征，建立新的基于有效应变的裂隙化页岩渗透率演化机制，并用实验结果和现场观察数据进行验证；

## 2 裂隙/孔隙与基质之间相互作用模型

页岩基质是一个典型的多孔介质模型，包含纳米孔，干酪根和其他矿物质。气体在其中的储存状态包括（1）纳米孔中的自由气，（2）吸附在纳米孔表面的吸附气和（3）溶解在干酪根里面的溶解气[1, 2]。可以用一个代表性单元表示页岩孔隙结构和气体储存状态的各向异性，如图 3 所示。对于页岩气产气而言，气体在流出过程中遵循渐次性流动顺序：先是纳米孔中的自由气，然后是在纳米孔表面的吸附气，最后是干酪根内的溶解气。气体压力的衰减次序也大体遵从这一顺序。基质中的气体压力的重新分布导致纳米孔与基质之间发生物质交换和应力交换，伴随着这一过程基质变形从局部变形转变到整体变形。物质传输和应力传递是如何影响到气体分布状态和气体的传输能力的主要是取决于外部的边界条件。在这一章中，我们考虑两类特殊的边界条件：常体积边界条件和常应力边界条件。在常体积的条件下，我们假设页岩基质在整个气体流动过程中体积保持不变；在常应力条件下，我们假设施加在页岩外部的应力在整个气体流动过程中保持不变。

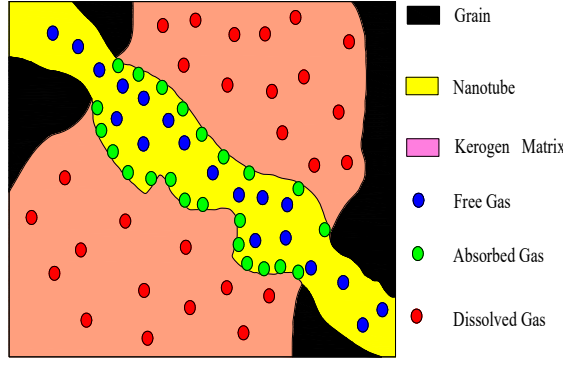


图3 页岩储层中气体储存状态图

## 2.1 数学模型

### 2.1.1 变形控制方程

考虑到气体压力和吸附应力的影响，Navier形式的连续变形控制方程可以变为<sup>[9, 10]</sup>：

$$G u_{i,kk} + \frac{G}{1-2\nu} u_{k,ki} = f_i + \alpha_{np} p_{np,i} + \alpha_{ke} p_{ke,i} + K \varepsilon_{s,i}(p_{sur}) \quad (1)$$

其中 $u$  代表了位移， $p$  代表了气体压力差， $\varepsilon_s$  代表了吸附应变， $\alpha$ 是比奥系数， $K$  是体积模量， $G$  是剪切模量，下指标 $np$ 和 $ke$ 分别代表了纳米孔系统和干酪根系统。等式的右边代表了由气体压力和气体吸附所带来的体力项。同时在本文中也考虑了基质膨胀引起的各向异性行为，假设杨氏模量沿径向方向从纳米孔表面开始增加，到干酪根长度的一半位置达到最大值然后保持不变。杨氏模量在纳米孔表面和干酪根一半长度的值分别为 $\theta E$  和 $E$ ，其中 $\theta$ 为杨氏模量软化系数<sup>[11, 12]</sup>。

通过朗格缪尔吸附方程得到吸附应变：

$$\varepsilon_s = \frac{\varepsilon_L p_{sur}}{P_L + p_{sur}} \quad (2)$$

其中 $\varepsilon_L$  是朗格缪尔应变常数， $P_L$ 是朗格缪尔压力常数， $p_{sur}$  是纳米孔孔壁上的压力。气体分子吸附在纳米孔表面产生一层致密、流体状态的吸附层而且根据朗格缪尔吸附理论吸附层厚度等于单个分子直径。除了吸附层之外，存在一层过渡层其厚度大约是吸附分子直径的2倍<sup>[13]</sup>。因此受吸附影响区域的厚度大约为2nm。

### 2.1.2 纳米孔中的流动

气体在纳米孔中的流动可以通过达西方程进行描述，其质量守恒方程为：

$$\frac{\partial m_{np}}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho_{np} u_{np}) = Q_s \quad (3)$$

其中 $m_{np}$  代表了纳米孔中的气体质量， $u_{np}$  代表了纳米孔的气体流速，可以通过达西方程进行计算：

$$u_{np} = -\frac{k_{np}}{\mu} \nabla p_{np} \quad (4)$$

其中 $p_{np}$  代表了纳米孔中的气体压力， $k_{np}$  是纳米孔中的渗透率。 $\rho_{np}$  是纳米孔中气体密度大小：

$$\rho_{np} = \frac{P_{np}}{P_{ga}} \rho_{ga} \quad (5)$$

其中  $\rho_{ga}$  是标准的气体大气压,  $\rho_{ga}$  是标准大气压条件下的气体密度。在纳米孔中只存在自由气:

$$m_{np} = \rho_{np} \phi_{np} \quad (6)$$

其中  $\phi_{np}$  是纳米孔中的孔隙率。因此纳米孔中的气体流动方程可以写作:

$$\frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{P_{np}}{P_{ga}} \rho_{ga} \phi_{np} \right) + \nabla \cdot \left( - \frac{P_{np}}{P_{ga}} \frac{k_{np}}{\mu} \rho_{ga} \nabla P_{np} \right) = Q_s \quad (7)$$

### 2.1.3 纳米孔表面的气体吸附

在本项工作中, 如果考虑真实气体效应, 纳米孔表面的吸附气体浓度( $C_{ad}$ )可以写为:

$$C_{ad} = \frac{V_L P_{sur} / Z}{P_L + P_{sur} / Z} \quad (8)$$

其中  $C_{ad}$  是在纳米孔表面压力  $P_{sur}$  条件下的气体浓度,  $Z$  是真实气体偏差因子。

### 2.1.4 干酪根中的扩散

当浓度梯度形成之后, 干酪根中的溶解气开始扩散, 扩散方程可以写为:

$$\nabla \cdot (D_{ke} \nabla C_{ke}) = \frac{\partial C_{ke}}{\partial t} \quad (9)$$

其中  $C_{ke}$  是溶解气的浓度,  $D_{ke}$  是干酪根中的扩散系数。在本文中, 采用Henry定理描述气体压力和气体浓度之间的关系[14-16]:

$$C_{ke} = H_{ke} P_{ke} \quad (10)$$

其中  $H_{dis}$  是Henry常数,  $P_{ke}$  是干酪根中的溶解气的气体压力。

### 2.1.5 纳米孔渗透率方程

纳米孔渗透率方程可以定义为:

$$k_{np} = \frac{1}{\tau} \frac{r_{np}^2}{8} \quad (11)$$

其中  $\tau$  是纳米孔曲率。纳米孔渗透率的动态演化可以表示为:

$$\frac{k_{np}}{k_{np0}} = \left( 1 + \frac{\Delta r_{np}}{r_{np}} \right)^2 \quad (12)$$

其中  $\Delta r_{np}$  表示了孔径的变化, 与局部应变和全局应变之间的转化有关。

## 2.2 数值模型

在下面的章节中, 以上面建立的数学模型为基础建立数值模型, 并通过COMSOL

Multiphysics (5.2a) 进行求解，用以研究两种特殊边界条件（体积边界条件和常应力边界条件）下的纳米孔径变化规律和渗透率演化规律。

### 2.2.1 数值模型的建立

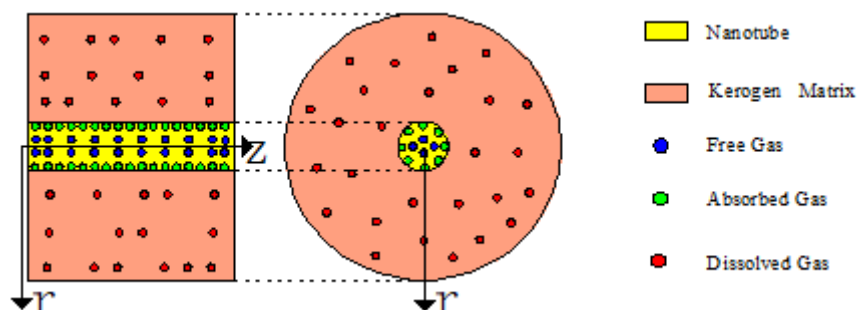


图 4 数值模型示意图

在数值模型中，我们假设纳米孔以圆柱形镶嵌在页岩基质中并且将干酪根基质一分为二，如图4所示。这一假设也被其他学者所采用的[15, 17]。并且轴向长度要远远大于径向长度，因此采用二维平面应变模型，如图5所示。我们研究了吸附性气体（CO<sub>2</sub>）和非吸附性气体（He）的注入过程中纳米孔孔径和渗透率演化规律，注入压力施加在纳米孔的中心处。材料属性如表 1所示。

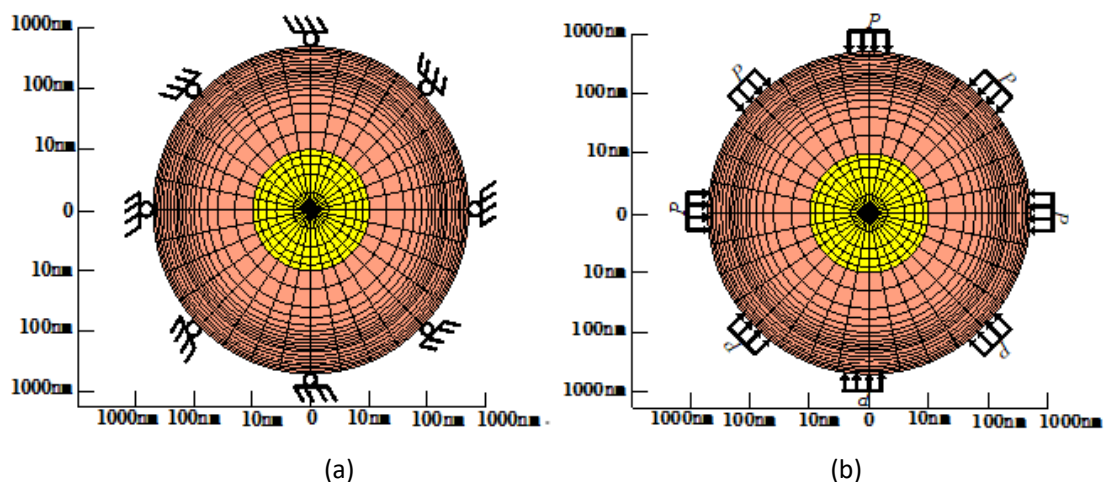


图 5 数值模型示意图

表 1 数值模型材料参数

符号	意义	值	单位
$r_{np}$	纳米孔半径	10	nm
$d_k$	干酪根长度	500	nm
$\mu$	黏度系数	$1.84 \times 10^{-5}$	Pa·s
$\rho_{sh}$	页岩密度	2600	kg/m <sup>3</sup>
$\rho_{ga}$	在标准大气压气体的密度	1.43(CO <sub>2</sub> ), 0.18(He)	kg/m <sup>3</sup>
$D_{ke}$	干酪根中的扩散系数	$2.5 \times 10^{-12}$	m <sup>2</sup> /s
$\epsilon_L$	朗格缪尔应变常数	0.02(CO <sub>2</sub> ), 0(He)	
$V_L$	朗格缪尔吸附常数	0.03(CO <sub>2</sub> ), 0(He)	m <sup>3</sup> /kg

$P_L$	朗格缪尔压力常数	5	MPa
$Z$	真实气体因子	0.98	
$H_{dis}$	亨利常数	$7.45 \times 10^{-7}$	kg/(Pa·m <sup>3</sup> )

对于 Navier 形式的力学方程，常体积条件下的边界条件为：

$$\mathbf{n} \cdot \mathbf{u} = \mathbf{0} \quad (13)$$

如图 5 (a) 所示，常应变条件下的边界条件为

$$\mathbf{n} \cdot \boldsymbol{\sigma} = \mathbf{P} \quad (14)$$

如图 5 (b) 所示。其中  $\mathbf{u}$  代表了位移， $\boldsymbol{\sigma}$  表示应力， $\mathbf{n}$  表示边界的法线方向。对于气体流动模型，纳米孔和吸附层之间的边界条件为：

$$C_{ad} = \frac{V_L p_{np} / Z}{P_L + p_{np} / Z} \quad (15)$$

对于吸附层和干酪根基质的边界条件为：

$$C_{ad} = C_{ke} \quad (16)$$

## 2.3 渗透率演化规律

### 2.3.1 常体积条件下渗透率演化规律

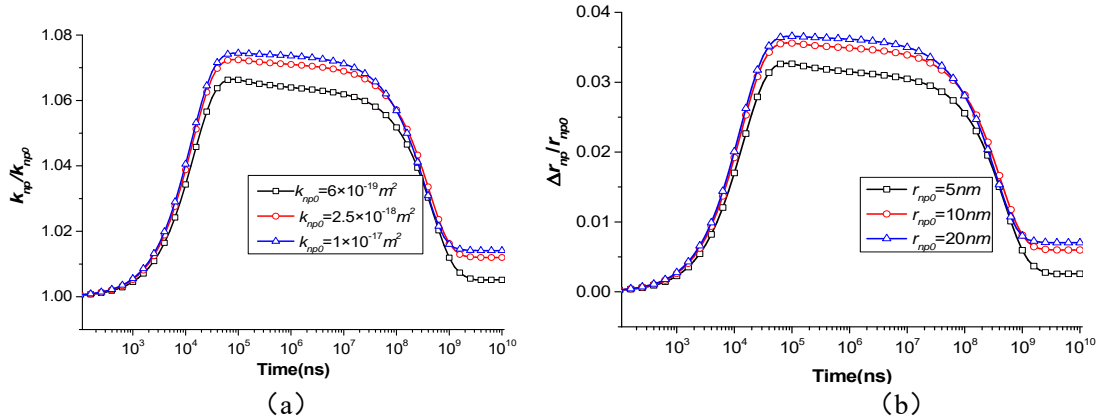


图 6 非吸附性气体 (He) 在常体积条件下 (a) 渗透率和 (b) 纳米孔孔径演化规律

图 6 描绘了常体积条件下非吸附性气体 (He) 的纳米孔孔径和渗透率演化规律。渗透率和纳米孔孔径的变化主要是归结于气体注入引起的气体压力和应力的重新分布。气体的渗透率和纳米孔孔径演化均经历两个阶段：渗透率增长阶段和渗透率下降阶段。(1) 渗透率增长阶段。气体注入后纳米孔由于其较高的渗透率气体压力迅速上升，干酪根基质中的气体压力保持不变。在这种条件下渗透率和纳米孔孔径由于两者之间的压力差而变大；(2) 渗透率下降阶段。当气体分子吸附到纳米孔壁和扩散到干酪根基质中时，渗透率下降。在这一阶段干酪根基质由于吸附应变和增大的气体压力而发生膨胀，从而导致渗透率下降。

### 2.3.2 常应力条件下渗透率演化规律

(1) 常应力条件下渗透率演化一般规律

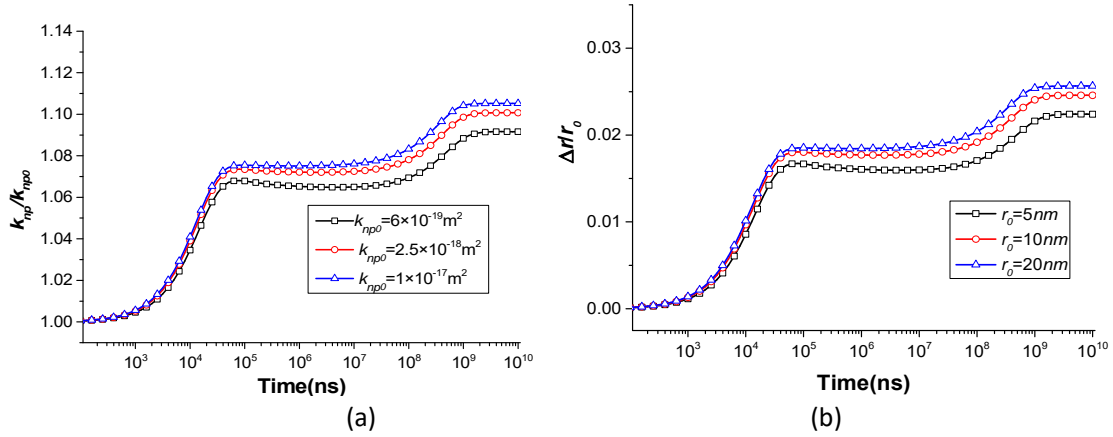


图 7 非吸附性气体 (He) 在常应力条件下 (a) 渗透率和 (b) 纳米孔孔径演化规律

图 7 表示了常应力条件下非吸附性气体(He)纳米孔孔径变化规律和渗透率演化规律。在常应力条件下纳米孔孔径变化和渗透率演化经过三个阶段：(1) 渗透率增长阶段。在这一阶段，渗透率和纳米孔孔径由于纳米孔中增大的气体压力而变大。由于纳米孔自身较高的渗透率这一过程是一个瞬态过程，与常体积条件类似，这一行为也为局部行为；(2) 渗透率降低阶段。在这一阶段气体分子吸附到到纳米孔孔壁并且扩散到干酪根中引起干酪根局部膨胀，造成了渗透率下降。因为气体分子仍然集中在纳米孔与干酪根接触的局部地区，这一过程也是由局部应变控制；(3) 渗透率回弹阶段。气体进一步在干酪根基质中扩散直到充满整个区域，达到新的平衡，在这一过程中渗透率和纳米孔孔径由于整体膨胀而变大。

## 2.4 模型验证

### 2.4.1 实验观测结果

Guo[18]采用一个简单的三轴装置对页岩样品的渗透率进行测试，在实验中采用一个三轴夹持器对页岩样品进行包裹，并施加指定的有效应力。渗透率采用瞬态法[19, 20]进行计算。页岩样品为圆柱状，半径为 2.5cm，长度为 5cm，样品取自美国宾夕法尼亚州 Green River 盆地。实验过程中，施加在样品上的围压和轴压均为 7MPa 并保持不变，气体孔隙压力从 1MPa 逐渐增加到 5MPa。选用吸附性气体 (CO<sub>2</sub>) 和非吸附性气体 (He) 这两种气体研究局部应变与全局应变之间的相互转换，以及这种转换对于渗透率的影响。实验结果如图 8 所示。

### 2.4.2 模型验证

在验证模型中，我们做出以下假设：(1) 实验所选用的页岩样品由多个纳米孔-干酪根单元组成；(2) 我们可以找到一个代表性单元表征整个样品的渗透率演化规律；(3) 样品的边界条件对于代表性单元有同样作用。因此仿真模型与图 5 (b) 中的模型一致。外部边界条件为 7 MPa，气体注入压力从 1MPa 增加到 5MPa。气体参数如所示。

表 2 验证模型的参数

符号	意义	数值	单位
$r_{np}$	纳米孔半径	2	nm
$d_k$	干酪根长度	500	nm
$\varepsilon_L$	朗格缪尔吸附应变常数	0.05(CO <sub>2</sub> ), 0(He)	
$V_L$	朗格缪尔体积常数	0.03(CO <sub>2</sub> ), 0(He)	m <sup>3</sup> /kg
$P_L$	朗格缪尔压力常数	5	MPa

页岩渗透率模型可以分为 3 类：以气体滑移为基础的视在渗透率模型，以有效应力为

基础的孔弹性力学模型和两者结合的混合模型。在本文中，分别计算了 Beskok 和 Karniadakis<sup>[21]</sup>工作中的视在渗透率模型，Robertson<sup>[22]</sup>工作中孔弹性模型和他们的混合模型用做比较。比较结果如图 8 所示。

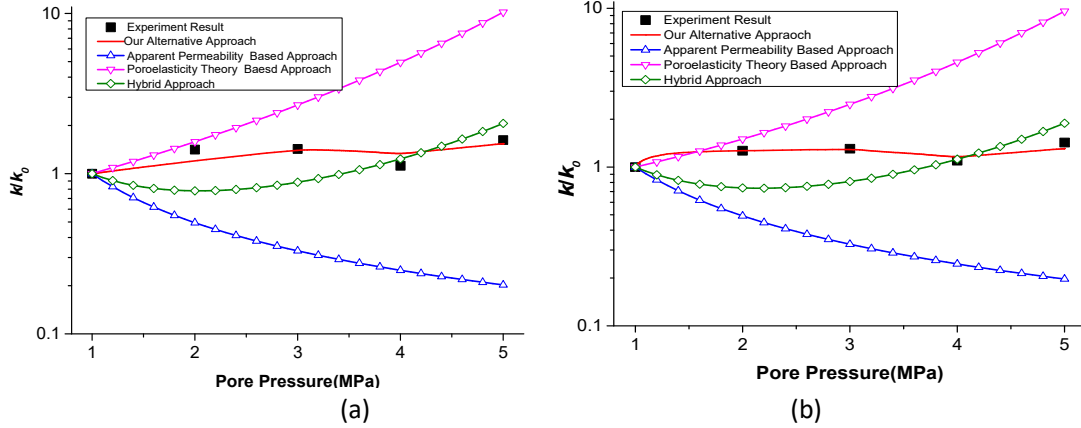


图 8 不同模型与实验结果对比图 (a) 氮气和 (b) 二氧化碳

从图 8 中可以看出，视在渗透率模型定义了气体注入过程中渗透率规律的下限，孔弹性模型定义了渗透率演化的上限，混合法可以很好的拟合平衡值，但是演化过程并不能很好的拟合。但是我们的模型可以得到一个很好的模型。

### 3. 页岩气流动全耦合模型

#### 3.1 数学模型

##### 3.1.1 力学变形方程

与双重孔隙介质力学控制方程<sup>[9, 23]</sup>类似，考虑气体的孔隙压力和吸附应变及页岩储层的非均质性，页岩储层的变形控制方程为：

$$Gu_{i,kk} + \frac{G}{1-2\nu}u_{k,ki} = f_i + \alpha_{in}p_{in,i} + \alpha_{or}p_{or,i} + \alpha_{ke}p_{ke,i} + K\varepsilon_{s,i}(p_{or}) + K\varepsilon_{s,i}(p_{ke}) \quad (17)$$

其中  $u$  代表了位移， $p$  是孔隙压力， $\varepsilon_s$  是吸附应变， $\alpha$  为比奥系数， $K$  是体积模量， $G$  为剪切模量，下标  $in$ ， $or$  和  $ke$  分别代表了无机质系统、有机质系统和干酪根，下标  $i$  和  $k$  分别代表了变量的三个方向的分量，其中  $i, k = 1, 2, 3$ ，下标  $kk$  是爱因斯坦求和约定，下标逗号代表了对变量的求导。

采用朗格缪尔吸附方程可以得到吸附应变曲线：

$$\varepsilon_s = \frac{\varepsilon_L p}{P_L + p} \quad (18)$$

其中  $\varepsilon_L$  为朗格缪尔应变常数， $P_L$  是朗格缪尔压力常数。

##### 3.1.2 无机质中的气体流动

如上所述，无机质系统里面的气体流动状态可以用粘性流描述，在本文中修正因子

$$f_m(Kn) = 1 + \frac{4Kn_m}{1 + Kn_m} \text{ 被选用。}$$

质量守恒定律为：



$$\frac{\partial m_{in}}{\partial t} + \nabla \cdot J_{in} = Q_{in-or} + Q_s \quad (19)$$

其中 $J_{in}$ 表示无机质系统里面气体质量通量， $Q_s$ 表示质量源汇项， $Q_{in-or}$ 代表无机质系统和有机质系统之间的质量交换。无机质系统中只存在自由气：

$$m_{in} = \rho_{in} \phi_{in} \quad (20)$$

其中 $\phi_{in}$ 为无机质系统的孔隙率， $\rho_{in}$ 是无机质系统中的气体密度。 $J_{in}$ 代表了质量通量，用修正的达西定律形式表达：

$$J_{in} = -\frac{k_{apin}}{\mu} \rho_{in} \nabla p_{in} \quad (21)$$

其中 $k_{apin}$ 是无机质系统中视在渗透率：

$$k_{apin} = \left(1 + \frac{4Kn_{in}}{1 + Kn_{in}}\right) k_{in\infty} \quad (22)$$

### 3.1.3 有机质中的气体流动

对于有机质孔质量守恒方程为：

$$\frac{\partial m_{or}}{\partial t} + \nabla \cdot J_{or} = -Q_{in-or} \quad (23)$$

有机质孔中气体的质量 $m_{or}$ 包括孔中自由气和孔壁上的吸附气同时还包括干酪根提供的气源供给：

$$m_{or} = \rho_{or} \phi_{or} + \phi_{or} \rho_{ga} \rho_{ors} \frac{V_{Lor} p_{or}}{p_{or} + P_{Lor}} + \phi_k \rho_{ga} \rho_k m_k \quad (24)$$

其中 $\phi_{or}$ 是有机质孔的孔隙率， $\phi_k$ 是干酪根的比重， $p_{Lor}$ 是有机质孔中的朗格缪尔压力常数， $V_{Lor}$ 是有机质孔中的朗格缪尔体积常数， $\rho_{ga}$ 是标准状态下的气体压力， $\rho_{ors}$ 是有机质孔表面的密度， $\rho_{or}$ 是有机质孔内的气体密度， $\rho_k$ 是干酪根基质密度。

有机质孔中总的质量通量由两部分组成，一部分是粘性流，另一部分是表面扩散：

$$J_{or} = J_{orslip} + J_{orsur} \quad (25)$$

其中第一项代表的是粘性流所带来的质量通量，而第二项所代表的是表面扩散所带来的质量通量。粘性流的质量通量可以通过修正的达西定律的方式描述：

$$J_{orslip} = -\frac{\rho_{or} k_{or\infty}}{\mu} \left(1 + \frac{4Kn_{or}}{1 + Kn_{or}}\right) \nabla p_{or} \quad (26)$$

表面扩散的质量通量可以表示为：

$$J_{orsur} = -D_{or} \nabla C_{or} \quad (3.11)$$

其中 $D_{or}$ 代表了有机质系统中表面扩散系数， $C_{or}$ 是有机质孔内部的气体浓度。朗格缪尔吸附方程用来描述有机质孔中气体浓度：

$$C_{or} = \rho_{ga} \rho_{ors} \frac{V_{Lor} p_{or}}{p_{or} + P_{Lor}} \quad (27)$$

总的气体质量通量也可以写为视在渗透率的形式：

$$J_{or} = -\frac{k_{apor}}{\mu} \rho_{or} \nabla p_{or} \quad (28)$$

其中 $k_{apor}$ 是有机质孔的视在渗透率，可以写为

$$k_{apor} = k_{or\infty} \left(1 + \frac{4Kn_{or}}{1 + Kn_{or}}\right) + D_{or} \rho_{ga} \rho_k \frac{V_{Lor} p_{Lor}}{(p_{or} + P_{Lor})^2} \frac{\mu}{\rho_{or}} \quad (29)$$

### 3.1.4 质量交换

气体之间的质量交换主要取决于两套系统之间的气体含量的差异，交换率的大小主要取决于流动性能较差的系统。有机质孔和无机质孔之间的气体质量交换以自由气的形式进行，主要和两者之间的气体压力差有关：

$$Q_{in-or} = \frac{\sigma_{or} k_{apor}}{\mu} \rho_{or} (p_{or} - p_{in}) \quad (30)$$

其中 $\sigma_{or}$  是有机质系统形状因子。

干酪根和有机质孔之间的质量交换项( $\phi_k \rho_{go} \rho_k m_k$ )主要是取决于干酪根中的扩散过程：

$$\frac{dm_{ke}}{dt} = -\frac{1}{\tau} [m_{ke} - m_e(p_{wall})] \quad (31)$$

其中 $m_e(p_{wall})$ 是在表面压力 $p_{wall}$ 时气体平衡状态的气体浓度。在方程中，干酪根中的扩散时间可以写为：

$$\tau = \frac{1}{\alpha_{ke} D_{ke}} \quad (32)$$

其中 $D_{ke}(m^2/s)$  是干酪根中的扩散系数， $\alpha_{ke}$  是干酪根系统中的形状因子。

在本文中，假设系统处于拟稳态状态，交界处的气体压力 $p_{wall}$  与有机质孔的气体压力 $p_{or}$  相等。因此在平衡状态的吸附气质量 $m_e(p_{wall})$ 可以用朗格缪尔吸附方程表达为：

$$m_e(p_{wall}) = \frac{V_{Lor} p_{or}}{P_{Lor} + p_{or}} \quad (33)$$

根据上面的表述，控制各个组分气体流动的方程最终为：

### 3.1.5 无机质系统中的固有渗透率

根据我们之前的研究[24]，无机质孔中的渗透率的演化规律与有效应变有关：

$$\frac{\phi_{in}}{\phi_{in0}} = 1 + \frac{\alpha_{in}}{\phi_{in0}} \Delta \varepsilon_{ine} \quad (4)$$

其中 $\phi_{in}$ 是无机质基质系统的孔隙率。下标，0，代表了变量的初始值， $\varepsilon_{ine}$  代表了无机质系统的有效应变。有效应变是无机质系统的全局应变和局部应变之和：

$$\Delta \varepsilon_{ine} = \Delta \varepsilon_{ing} + \Delta \varepsilon_{inl} \quad (35)$$

其中 $\varepsilon_{ing}$  代表了无机质系统的全局应变， $\varepsilon_{inl}$  代表了无机质系统的局部应变。无机质系统的全局应变是页岩储层的整体应变和有机质系统由气体压力、气体吸附引起的压缩应变的叠加：

$$\Delta \varepsilon_{ing} = \Delta \varepsilon_v - \frac{(p_{or} - p_{in})}{K_{imm}} - f_{or2in}(\Delta \varepsilon_s(p_{or})) - f_{ke2in}(\Delta \varepsilon_s(p_k)) \quad (36)$$

其中 $K_{imm}$  是无机质系统的体积模量。等式右边的第一项代表了页岩储层的全局应变，第二项代表了有机质系统施加的压缩应变，第三项和第四项代表了有机质孔和干酪根基质气体吸附带来的压缩应变。无机质系统的局部应变是气体压力给其的压缩应变：

$$\Delta \varepsilon_{inl} = \frac{\Delta p_{in}}{K_{ins}} \quad (37)$$

其中 $K_{ins}$ 是无机质系统的体积模量。孔隙率和渗透率之间的关系可以通过立方定律进行描述：

$$\frac{k_{in}}{k_{in0}} = \left(\frac{\phi_{in}}{\phi_{in0}}\right)^3 = \left(1 + \frac{\alpha_{in}}{\phi_{in0}} \Delta \varepsilon_{ine}\right)^3 \quad (38)$$

### 3.1.6 有机质系统固有渗透率

同样的，有机质系统的孔隙率也与有效应变有关：

$$\frac{\phi_{or}}{\phi_{or0}} = 1 + \frac{\alpha_{or}}{\phi_{or0}} \Delta \varepsilon_{ore} \quad (39)$$

其中  $\varepsilon_{ore}$  代表了有机质系统的有效应变，同样有效应变  $\Delta \varepsilon_{ore}$  包括有机质系统的全局应变和局部应变：

$$\Delta \varepsilon_{ore} = \Delta \varepsilon_{org} + \Delta \varepsilon_{orl} \quad (40)$$

其中第一项代表了有机质孔的全局应变，第二项代表了有机质孔的局部应变。有机质系统的全局应变包括页岩储层的全局应变和无机质系统、干酪根施加的压缩应变：

$$\Delta \varepsilon_{org} = \Delta \varepsilon_V - \frac{p_{in} - p_{or}}{K_{imm}} - \frac{p_k - p_{or}}{K_{kem}} - f_{ke2or}(\Delta \varepsilon_s(p_k)) \quad (41)$$

其中  $K_{kem}$  是干酪根系统的体积模量。等式右边的第一项代表了页岩储层的全局应变，第二项和第三项代表了有机质系统和干酪根基质施加的压缩应变，第四项代表了干酪根基质的吸附影响。

有机质系统的局部应变之包含自身的吸附应变，因此有：

$$\Delta \varepsilon_{orl} = -f_{or2or}(\Delta \varepsilon_s(p_{or})) \quad (42)$$

同样，采用立方定律描述有机质孔渗透率和孔隙率之间的关系：

$$\frac{k_{or}}{k_{or0}} = \left( \frac{\phi_{or}}{\phi_{or0}} \right)^3 = \left( 1 + \frac{\alpha_{or}}{\phi_{or0}} \Delta \varepsilon_{ore} \right)^3 \quad (43)$$

如上所述，吸附应力发生在有机质系统并且传递到无机质系统中。因此，干酪根引起的吸附应变在压缩有机质孔的同时也会压缩无机质孔[25]。在这里我们引入应变分配系数  $\gamma_{ke}$ ，其取值的大小取决于两个系统的模量和外部边界条件。因此，对于  $f_{ke2or}(\Delta \varepsilon_s(p_k))$ ，我们可以得到：

$$f_{ke2or}(\Delta \varepsilon_s(p_k)) = (1 - \gamma_{ke}) \frac{\varepsilon_{Lke} p_{ke}}{P_L + p_{ke}} \quad (44)$$

对于  $f_{ke2in}(\Delta \varepsilon_s(p_k))$ ，我们有：

$$f_{ke2in}(\Delta \varepsilon_s(p_k)) = \gamma_{ke} \frac{\varepsilon_{Lke} p_{ke}}{P_L + p_{ke}} \quad (45)$$

同样的，无机质和有机质内部的孔也受有机质孔吸附应变影响，在这里引入  $\gamma_{or}$ 。在本文中， $f_{or2or}(\Delta \varepsilon_s(p_{or}))$  写作：

$$f_{or2or}(\Delta \varepsilon_s(p_{or})) = (1 - \gamma_{or}) \frac{\varepsilon_{Lor} p_{or}}{P_L + p_{or}} \quad (46)$$

$f_{or2in}(\Delta \varepsilon_s(p_{or}))$  写作：

$$f_{or2in}(\Delta \varepsilon_s(p_{or})) = \gamma_{or} \frac{\varepsilon_{Lor} p_{or}}{P_L + p_{or}} \quad (47)$$

$\gamma_{or}$  和  $\gamma_{ke}$  有以下属性：(a) 如果无机质系统的模量趋近于无穷大， $\gamma$  趋近于0；(b) 如果两个系统的模量相等， $\gamma=1/2$ 。通常情况下，无机质系统的模量要大于有机质系统的模量，所以我们能得到  $0 < \gamma < 1/2$ 。

最终得到的，无机质和有机质系统的固有渗透率的表达式为：

$$\frac{k_{in}}{k_{in0}} = \left( 1 + \frac{\alpha_{in}}{\phi_{in0}} \left( \Delta \varepsilon_V - \frac{p_{or} - p_{in}}{K_{imm}} - \gamma_{or} \frac{\varepsilon_{Lor} p_{or}}{P_L + p_{or}} - \gamma_{ke} \frac{\varepsilon_{Lke} p_{ke}}{P_{Lke} + p_{ke}} + \frac{\Delta p_{in}}{K_{ins}} \right) \right)^3 \quad (48)$$

$$\frac{k_{or}}{k_{or0}} = \left( 1 + \frac{\alpha_{or}}{\phi_{or0}} \left( \Delta \varepsilon_V - \frac{p_{in} - p_{or}}{K_{imm}} - \frac{p_k - p_{or}}{K_{orm}} - (1 - \gamma_{ke}) \frac{\varepsilon_{Lke} p_{ke}}{P_L + p_{ke}} - (1 - \gamma_{or}) \frac{\varepsilon_{Lor} p_{or}}{P_L + p_{or}} \right) \right)^3 \quad (49)$$

## 3.2 现场生产数据分析

### 3.2.1 现场生产数据背景

在本文我们选用文献[26-29]中两组分别从北美Barnett盆地和Marcellus盆地采集的生产数据用来进行历史拟合，验证我们的模型对于工业尺度产气分析的适用性。首先简单介绍一下，两块页岩生产区块的基本情况。Barnett页岩生产区块是Fort Worth 盆地古生代含油气系统主要的页岩储层，并且在近几年成为美国最为盈利的页岩生产区块之一[30]。我们选用的生产井314是一个多分支水平压裂井。每一个压裂段有一个独立的射孔井段，生产井采用定压的模式进行生产。裂隙间距和水力裂隙半宽分别为30.5m和47.2m，裂隙的数量为28。有超过1600天的生产数据被用于进行历史拟合。生产井314产气率在初始时刻为  $2.1 \times 10^5 \text{ m}^3/\text{day}$ ，经过4年半的衰减只有  $1.6 \times 10^4 \text{ m}^3/\text{day}$ 。

Marcellus 页岩区块是在Appalachian 盆地省发现的中泥盆纪时代黑色沉积岩，本身的渗透率极低，在0.1和0.00001毫达西之间[31]。Marcellus 页岩区块包含两层富含有机质含量的页岩层。我们所选取的生产井位于靠下的页岩层。采用滑溜水进行7级压裂，每一级压裂段包含有4条裂隙，因此共有28条裂隙。井底压力采用Yeager和Meyer[32]工作中的方法进行计算。大约有250天的生产数据用来进行历史拟合，250天后的产气率只有初始产气率的25%。

### 3.2.2 历史拟合模型建立

在这一章节中，利用COMSOL Multiphysics这一数值模拟软件对上面所建立的偏微分方程进行求解并用来进行历史拟合。在我们的模型中，将两条水平裂隙之间的基质块作为基本的产气单位，多水平分支井的产气量是由多个基质块共同贡献的，每个基质块对于产气量贡献是均一的。考虑到基质块的对称性，只建立了1/2的对称几何模型。模型的简化过程如图9所示。模型的高度是水力裂隙高度的一半，模型的宽度为水力裂隙间距的一半。对于力学控制模型，采用单轴应变模型假设：不变的地层压力施加在模型的上端，其余的边界为辊支撑边界。对于气体流动模型，气体抽采压力仅施加在基质块的右侧，用以模拟抽采压力，其他边界为无流动边界。对于有机质孔和干酪根系统，边界均为无流动边界因为它们不直接和水力裂隙进行物质交换。两个储层模拟参数从文献[26-29]中获得，如表 3 和表 4所示。

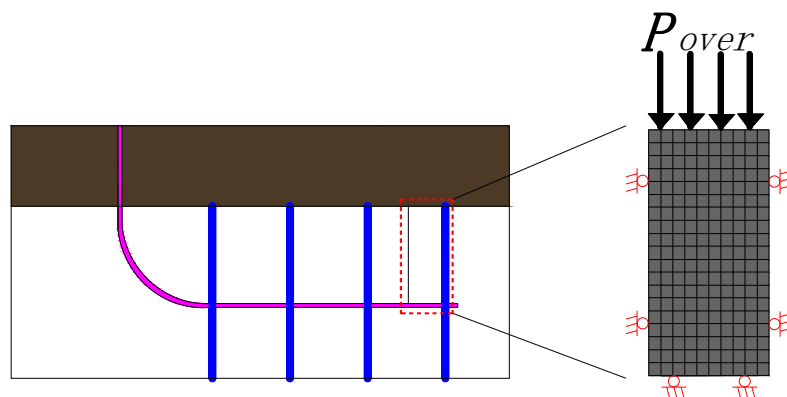


图 9 现场生产拟合模型：紫色代表了水平井，蓝色代表了水力裂隙

表 3 Barnett 区块模拟参数

Parameter	Value	Parameter	Value
Gas density ( $\text{kg}/\text{m}^3$ )	0.714	Bottom hole pressure( $\text{MPa}$ )	3.45
Reservoir temperature( $^{\circ}\text{C}$ )	65.6	Gas viscosity( $\text{Pa}\cdot\text{s}$ )	$2.01 \times 10^{-5}$

Langmuir pressure constant ( $MP_a$ )	4.48	Initial organic permeability( $m^2$ )	$1.5 \times 10^{-22}$
Young's modulus of Shale( $GP_a$ )	40	Initial organic porosity	0.04
Initial reservoir pressure ( $MP_a$ )	20.3	Kerogen ratio	0.3
Initial inorganic permeability ( $m^2$ )	$1.5 \times 10^{-19}$	Kerogen diffusion time(s)	$1 \times 10^9$
Inorganic matrix porosity	0.06	Poisson's ratio	0.2
Fracture space(m)	30.5	Fracture half-length(m)	47.2

表 4 Marcellus 区块模拟参数

Parameter	Value	Parameter	Value
Gas density( $kg/m^3$ )	0.714	Bottom hole pressure( $MP_a$ )	3.69
Reservoir temperature( $^{\circ}C$ )	76.1	Gas viscosity( $Pa \cdot s$ )	$2.01 \times 10^{-5}$
Langmuir pressure constant( $MP_a$ )	3.45	Initial organic permeability( $m^2$ )	$2 \times 10^{-20}$
Young's modulus of Shale( $GP_a$ )	50	Initial organic porosity	0.045
Initial reservoir pressure( $MP_a$ )	34.6	Kerogen diffusion time(s)	$1 \times 10^7$
Initial inorganic permeability ( $m^2$ )	$5 \times 10^{-20}$	Kerogen ratio	0.3
Inorganic matrix porosity	0.046	Poisson's ratio	0.2
Fracture space(m)	15.2	Fracture half-length(m)	121.9

图 10 (a) 和 (b) 分别表示采用数值模型计算的产气率、产气量与实际生产数据的对比。对比两个生产算例,我们可以发现模型计算的初始产气率均大于实际生产区块的产气率。这可能是我们在计算时忽略了回流水造成的<sup>[28]</sup>。对于Barnett页岩生产区块,通过模型计算出来的总的产气量要小于实际生产的产气量,如图 3.10 (a) 所示。对于Marcellus 页岩生产区块,模型计算的产气率和总产气量与现场数据吻合很好,如图 3.10 (b) 所示。

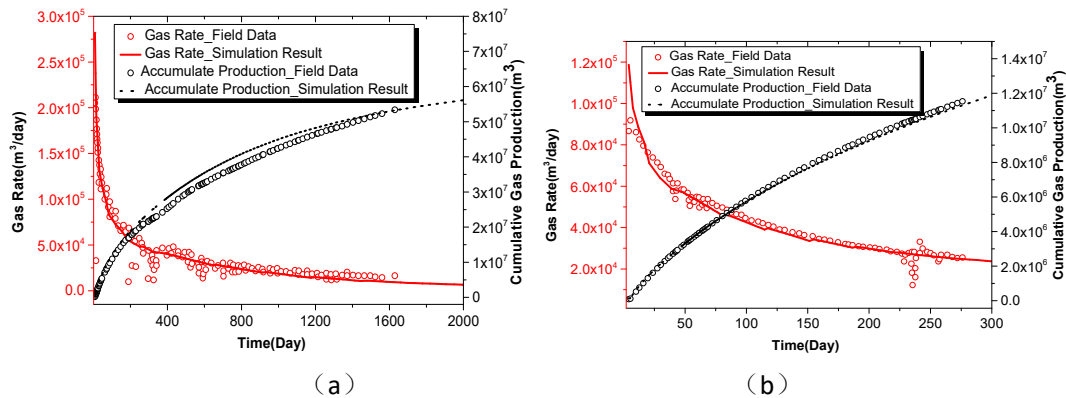


图 10 现场生产数据与模拟数据的对比 (a) Barnett 生产区块; (b) Marcellus 生产区块

### 3.3 参数分析

依据上面经过现场产气数据验证的数值模型,用以进行一系列的参数敏感性测试。模型的参数如表 5所示。固体力学变形模型和气体流动模型的边界条件保持不变。此外,页岩抽采过程中的井底压力选取与时间有关函数<sup>[28]</sup>。在模型中我们假定气体为无机质的孔中的自由气,有机质孔中的自由气和吸附气,和干酪根中的吸附气。在计算模型中,这4种气体的组分分别为15%, 15%, 5% 和 65%。

表 5 基本模型参数表

Parameter	Value	Parameter	Value
-----------	-------	-----------	-------

Gas density( $kg/m^3$ )	0.714	Organic Pores intrinsic permeability( $m^2$ )	$1.25 \times 10^{-21}$
Dynamic viscosity( $P_a \cdot s$ )	$2 \times 10^{-5}$	Kerogen ratio	0.25
Langmuir pressure constant( $MP_a$ )	10	Diffusion time in kerogen (s)	$2.5 \times 10^9$
Langmuir volume constant( $m^3/kg$ )	0.0022	Atmosphere pressure( $MP_a$ )	0.1
Temperature( $^{\circ}C$ )	50	Initial pressure( $MP_a$ )	40
Shale gas molecule diameter (nm)	0.38	Biot coefficient of kerogen	0.4
Inorganic system intrinsic permeability( $m^2$ )	$1.5 \times 10^{-19}$	Biot coefficient of pores in organic matter	0.4
Radius of inorganic pores(nm)	100	Young's modulus of shale( $GP_a$ )	20
Langmuir strain constant	0.024	Poisson's ratio of shale	0.2
Shale density( $kg/m^3$ )	2500	Biot coefficient of inorganic system	0.4

### 3.3.1 气体初始分布的影响

在这小节中，我们将会改变无机质系统中的气体含量 $\beta_{in}$ 和有机质系统中的气体含量 $\beta_{or}$ ，研究气体初始分布对于气体采收率的影响。很明显这两者之间的和为1,  $\beta_{in} + \beta_{or} = 1$ 。如图 11 所示，气体采收率与无机质系统中初始气体的含量基本呈线性关系。当无机质系统中的气体比重为5%时，页岩储层在30年后的采收率只有35%，而当无机质系统中的气体比重从5%增加到75%时，气体采收率增长到75%。图 11 (b) 同样也表示了气体采收率与初始气体在无机质系统中的含量基本呈线性关系。图 12表示了气体的产气率与无机质中气体的含量的关系。从图中可以观察到，当大量气体储存在无机质系统中时，气体产气率的下降趋势较为平缓。相反的当更多的气体储存在有机质系统中时气体产气率迅速下降。

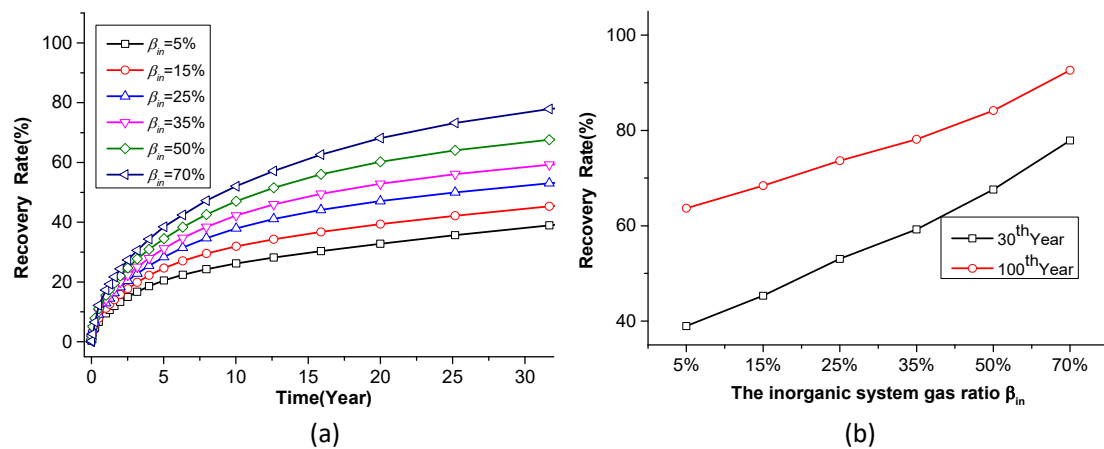


图 11 (a) 不同气体含量下气体采收率的变化 (b) 不同气体含量对于采收率的影响

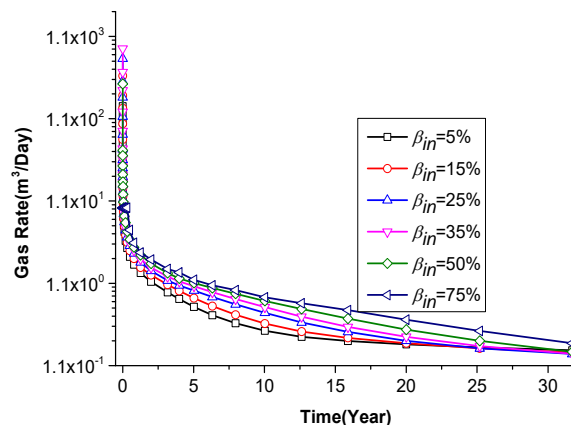


图 12 不同气体含量对于气体产气率的影响

### 3.3.2 渗透率演化规律

在这一小节中，我们将研究在页岩产气过程中双基质系统固有渗透率和视在渗透率的变化规律。图 13 (a) 和 (b) 表示了有机质系统和无机质系统在产气过程中固有渗透率，视在渗透率和修正系数随着时间的变化关系。对于无机质系统而言，可以很容易的观察到渗透率演化经历了4个阶段：下降阶段，上升阶段，恢复阶段和稳定阶段。对于有机质系统，同样也可以观察到4个阶段。无机质系统和有机质系统渗透率演化均呈现4个阶段，这是由于各个物理过程之间的相互作用造成的。

我们以无机质系统为例，分析在产气阶段渗透率演化经历4个阶段的原因。在进行采气之前，页岩储层处于平衡阶段。当抽采开始后，发生一系列的物理过程。储存在微裂隙或无机质孔中的气体由于其较高的渗透率首先流出。这一过程直接导致了无机质系统中的气体压力下降，在无机质系统和有机质系统之间出现了压力差。在这种条件下，裂隙受到压缩，导致了渗透率的下降。这就是渗透率在初始阶段下降的原因；由于有机质系统和无机质系统之间的压差，气体从有机质系统流入到无机质系统中。在这一过程中，有机质系统收缩，无机质系统膨胀，因此我们观察到了渗透率演化的第二个阶段，上升阶段；当有机质系统内的气体进一步的扩散到无机质系统中，气体压力进一步的减小，直到有机质系统和无机质系统重新达到平衡状态。因为这发生在整个无机质系统中，整个系统进行收缩，同时包括微裂隙，渗透率下降。这就是我们看到渗透率演化的第三个阶段和第四个阶段的原因。

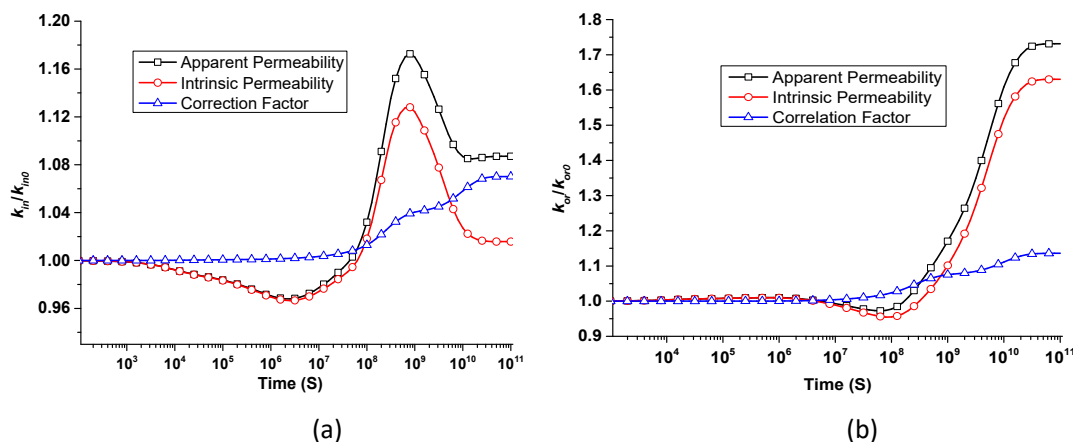


图 13 固有渗透率、视在渗透率和修正系数变化关系：(a) 无机质系统 (b) 有机质系统

### 3.3.3 页岩变形的影响

在这一小节中，我们将要改变无机质系统的杨氏模量用以研究页岩的变形对于固有渗透率演化规律的影响。我们将杨氏模量从 5GPa 增加到 1000GPa。较低的杨氏模量代表了无机质系统可以进行弹性变形，较高的杨氏模量代表可以把无机质系统看作是刚体，不发生变形。无机质系统和有机质系统固有渗透率的随时间的演化规律如图 14 (a) 和 (b) 所示。当无机质系统是刚体时 ( $E_{in}=1000GPa$ )，无机质系统保持不变，不产生变形，然而有机质系统变形最大，渗透率改变最大。当无机质系统可以变形时 ( $E_{in}=5GPa$ )，两个系统的渗透率都下降，遵循有效应力原理。

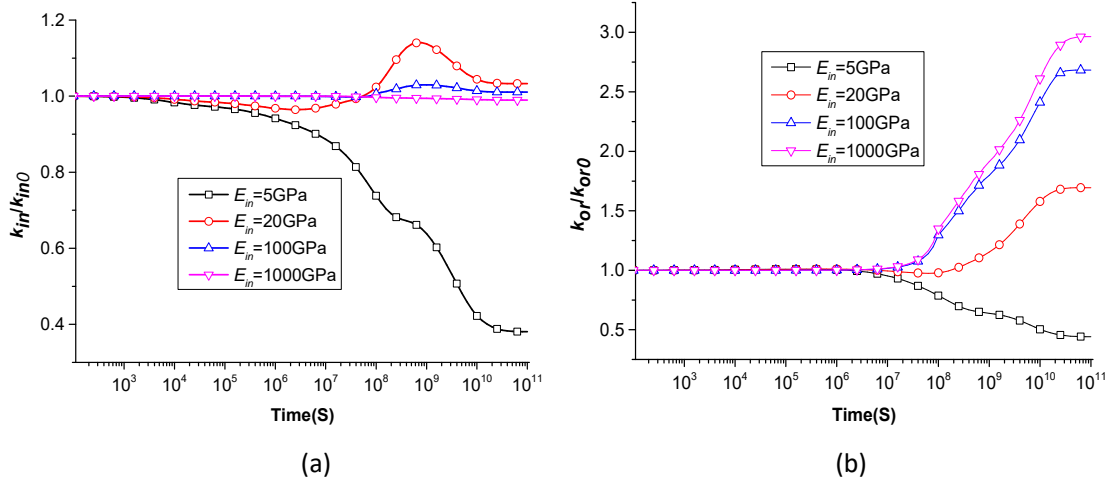


图 14 固有渗透率演化规律 (a) 无机质系统 (b) 有机质系统

## 4. 结论

在本文中，我们定义非常规储层固有渗透率的演化是裂隙和基质之间物质传输和应力传递的结果，并建立了离散体模型研究孔隙变形与流体流动之间的耦合作用。通过模型，得到以下主要结论：

(a) 非常规储层基质渗透率在解吸或者注气的早期阶段主要是由裂隙系统决定的，演化规律是由裂隙和基质之间的相互作用决定的。由于裂隙系统和基质系统之间传输能力的巨大差异，两者之间存在物质传输和应力传递，并在渗透率演化过程中起着大的作用；对于室内实验而言，我们保持裂隙系统有效应力不变，在裂隙系统和基质系统之间存在物质传输和应力传递，基质系统有可能永远达不到平衡。因此主要是基质系统内的有效应力决定着渗透率的演化。

(b) 我们的结果显示，非常规储层的基质不能假设为不可渗透的，并在岩渗透率的演化过程中起着决定性的作用。如果基质的体积趋近于无穷大并且扩散系数很小，基质系统内的有效应力永远达不到平衡。在这种条件下，页岩的渗透率也不会达到平衡，基质的局部应变在渗透率演化过程中起着决定性的作用。

以此为基础，我们建立双基质双重孔隙介质模型（连续介质模型）研究页岩基质变形与流体流动之间的耦合关系。我们假设页岩基质由有机质系统和无机质系统两套基质系统所构成，两套系统之间通过物质传输和应力传递相联系。通过连续介质模型分析页岩气现场产气规律，可以得到以下主要结论：

(a) 页岩基质渗透率的演化是由有机质系统和无机质系统之间的相互作用所决定的，其影响程度的大小主要受两套系统之间的传导性能和力学性能的差异影响。如果两套系统之间传导性能和力学性能差异较大，两套基质系统之间的相互作用对渗透率的演化起着重大作用而外部边界所起作用较小；如果两套系统之间的差异较小，外部边界对渗透率的演化起着重大作用而内部边界作用较小；

(b) 同样的，页岩储层的产气规律也是由两套系统之间的内部相互作用所决定的，如果两套系统之间的差异较大，两套基质系统之间的相互作用对页岩储层产气规律起着重大作用而外部边界作用较小；早期的产气特征主要是无机质内的孔隙网络所决定的，后期的产气特征主要受干酪根基质的扩散性能所决定；



## 参考文献

1. Etmnan, S.R., et al., *Measurement of gas storage processes in shale and of the molecular diffusion coefficient in kerogen*. International Journal of Coal Geology, 2014. **123**: p. 10-19.
2. Yang, T., X. Li, and D. Zhang, *Quantitative dynamic analysis of gas desorption contribution to production in shale gas reservoirs*. Journal of Unconventional Oil and Gas Resources, 2015. **9**: p. 18-30.
3. Vafaie, A., B. Habibnia, and S.A. Moallemi, *Experimental investigation of the pore structure characteristics of the Garau gas shale formation in the Lurestan Basin, Iran*. Journal of Natural Gas Science and Engineering, 2015. **27**(10): p. 432-442.
4. Bai, B., et al., *Rock characterization of Fayetteville shale gas plays*. Fuel, 2013. **105**: p. 645-652.
5. Saghafi, A., M. Faiz, and D. Roberts, *CO<sub>2</sub> storage and gas diffusivity properties of coals from Sydney Basin, Australia*. International Journal of Coal Geology, 2007. **70**(1-3): p. 240-254.
6. Hughes, J.D., *Energy: A reality check on the shale revolution*. Nature, 2013. **494**(7437): p. 307-308.
7. Wasaki, A. and I.Y. Akkutlu, *Permeability of Organic-rich Shale*, in *SPE Annual Technical Conference and Exhibition*. 2014, Society of Petroleum Engineers: Amsterdam, The Netherlands.
8. Ayres, R.U. *Shale Oil And Gas: The Contrarian View*. 2013; Available from: <http://www.forbes.com/sites/insead/2013/05/08/shale-oil-and-gas-the-contrarian-view/>.
9. Zhang, H.B., J.S. Liu, and D. Elsworth, *How sorption-induced matrix deformation affects gas flow in coal seams: A new FE model*. International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences, 2008. **45**(8): p. 1226-1236.
10. Detournay, E. and H.D. Cheng, *Fundamentals of Poroelasticity*. Analysis & Design Methods, 1993. **140**(1): p. 113-171.
11. Izadi, G., et al., *Permeability evolution of fluid-infiltrated coal containing discrete fractures*. International Journal of Coal Geology, 2011. **85**(2): p. 202-211.
12. Chen, Z.W., et al., *Roles of coal heterogeneity on evolution of coal permeability under unconstrained boundary conditions*. Journal of Natural Gas Science and Engineering, 2013. **15**: p. 38-52.
13. Sun, H., et al., *Understanding Shale Gas Flow Behavior Using Numerical Simulation*. Spe Journal, 2015. **20**(1): p. 142-154.
14. Swami, V. and A. Settari, *A Pore Scale Gas Flow Model for Shale Gas Reservoir*, in *SPE Americas Unconventional Resources Conference*. 2012, Society of Petroleum Engineers: Pittsburgh, Pennsylvania USA.
15. Huang, T., X. Guo, and F.F. Chen, *Modeling transient flow behavior of a multiscale triple porosity model for shale gas reservoirs*. Journal of Natural Gas Science and Engineering, 2015. **23**: p. 33-46.
16. Ross, D.J.K. and R.M. Bustin, *The importance of shale composition and pore structure upon gas storage potential of shale gas reservoirs*. Marine and Petroleum Geology, 2009. **26**(6): p. 916-927.
17. Wu, K.L., et al., *A model for multiple transport mechanisms through nanopores of shale gas*

- reservoirs with real gas effect-adsorption-mechanic coupling*. International Journal of Heat and Mass Transfer, 2016. **93**: p. 408-426.
18. Guo, F., *Experimental Investigation of Shale Permeability*, in *School of Mechanical and Chemical Engineering*. 2014, The University of Western Australia: Perth, Australia.
  19. Brace, W.F., J.B. Walsh, and W.T. Frangos, *Permeability of granite under high pressure*. Journal of Geophysical Research, 1968. **73**(6): p. 2225-2236.
  20. Hsieh, P.A., et al., *A transient laboratory method for determining the hydraulic properties of 'tight' rocks—I. Theory*. International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences & Geomechanics Abstracts, 1981. **18**(3): p. 245-252.
  21. Ali Beskok, G.E.K., *A Model for Flows in Channels, Pipes, and Ducts at Micro and Nano Scales*. Microscale Thermophysical Engineering, 1999. **3**(1): p. 43-77.
  22. Robertson, E.P. and R.L. Christiansen, *A Permeability Model for Coal and Other Fractured, Sorptive-Elastic Media*, in *SPE Eastern Regional Meeting*. 2006, Society of Petroleum Engineers: Canton, Ohio, USA.
  23. Wu, Y., et al., *A dual poroelastic model for CO<sub>2</sub>-enhanced coalbed methane recovery*. International Journal of Coal Geology, 2011. **86**(2-3): p. 177-189.
  24. Peng, Y., et al., *Why Coal Permeability Changes under Free Swellings: New Insights*. International Journal of Coal Geology, 2014. **133**: p. 35-46.
  25. Wang, K., et al., *Anisotropic permeability evolution of coal with effective stress variation and gas sorption: Model development and analysis*. International Journal of Coal Geology, 2014. **130**: p. 53-65.
  26. Yu, W. and K. Sepehrnoori, *Simulation of gas desorption and geomechanics effects for unconventional gas reservoirs*. Fuel, 2014. **116**: p. 455-464.
  27. Al-Ahmadi, H.A. and R.A. Wattenbarger, *Triple-porosity Models: One Further Step Towards Capturing Fractured Reservoirs Heterogeneity*, in *SPE/DGS Saudi Arabia Section Technical Symposium and Exhibition*. 2011, Society of Petroleum Engineers: Al-Khobar, Saudi Arabia.
  28. Cao, P., J.S. Liu, and Y.K. Leong, *A fully coupled multiscale shale deformation-gas transport model for the evaluation of shale gas extraction*. Fuel, 2016. **178**: p. 103-117.
  29. Yu, W., et al., *Numerical study of the effect of uneven proppant distribution between multiple fractures on shale gas well performance*. Fuel, 2015. **142**: p. 189-198.
  30. Martineau, D.F., *History of the Newark East Field and the Barnett Shale as a gas reservoir*. Aapg Bulletin, 2007. **91**(4): p. 399-403.
  31. Lee, D.S., et al., *A critical evaluation of unconventional gas recovery from the marcellus shale, northeastern United States*. KSCE Journal of Civil Engineering, 2011. **15**(4): p. 679-687.
  32. Yeager, B.B. and B.R. Meyer, *Injection/Fall-off Testing in the Marcellus Shale: Using Reservoir Knowledge to Improve Operational Efficiency*, in *SPE Eastern Regional Meeting*. 2010, Society of Petroleum Engineers: Morgantown, West Virginia, USA.